

CINEMÁTICA

Introducción

Distintos tipos de movimientos

Movimiento rectilíneo uniforme

Movimientos variados

Movimiento circular

INTRODUCCIÓN

Cuando estudiamos esta disciplina tratamos de describir los movimientos sin preocuparnos de sus causas. Hay movimiento en todo nuestro alrededor. Lo vemos en las actividades cotidianas de las personas, en los autos que pasan por una carretera, al izar una bandera, en los árboles que se mueven con el viento. Hay movimientos que no podemos percibir directamente: los átomos en movimiento producen calor, e incluso sonido; los electrones que fluyen hacen la electricidad y los electrones que vibran generan luz. El movimiento está en todas partes.

Podemos decir entonces, la **cinemática** es el estudio del **movimiento** de todos los cuerpos que se desplazan; no es propósito de la cinemática investigar las *causas* que origina dicho movimiento, sino sólo deducir:

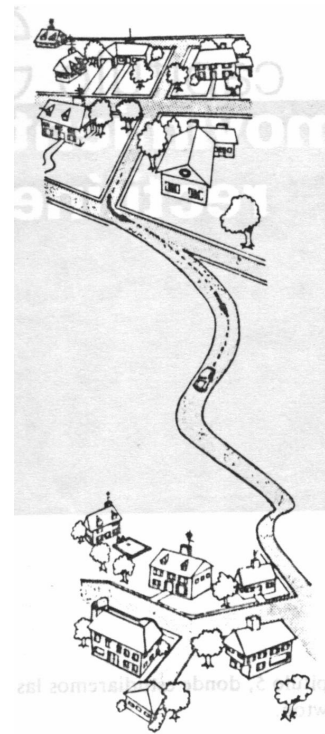
- *Dónde* puede encontrarse un cuerpo en un momento o instante determinado.
- Con que *velocidad* lo está haciendo.

La cinemática es la parte de la mecánica que describe los movimientos, independientemente de las causas que los originan.

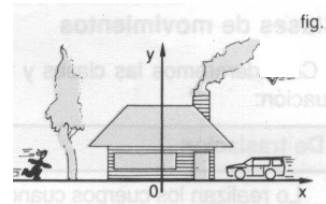
Es fácil reconocer el movimiento, pero no es tan fácil describirlo. Para ello partiremos de analizar los conceptos de: *rapidez*, *velocidad* y *aceleración*.

El movimiento es relativo. Cuando estudiamos el movimiento de algún objeto, lo describimos respecto a otro objeto. El movimiento de un cuerpo, visto por un observador, depende del *punto de referencia* en el cual se halla situado.

Podemos decir que la Tierra gira alrededor del Sol si el punto de referencia es el Sol (si el observador se imagina situado en ese lugar, viendo cómo se mueve nuestro planeta).



Sin embargo, para un observador ubicado en la Tierra (punto de referencia) el Sol es el que gira a su alrededor. Casi siempre, cuando nos referimos a las velocidades de los objetos que nos rodean, lo decimos con respecto a la superficie terrestre tomado como punto de referencia. Pero siendo la Tierra un cuerpo de dimensiones tan grande, se adopta como tal a los ejes cartesianos: x; y unidos al cuerpo que se mueve o que está en reposo.



Rapidez. Un objeto en movimiento se desplaza cierta distancia en un intervalo de tiempo dado. Por ejemplo, un auto se desplaza cierta cantidad de kilómetros en una hora. La *rapidez* es una medida de qué tan rápido se mueve un objeto. La *rapidez* se define como la distancia recorrida por unidad de tiempo. (La palabra “por” significa “dividido entre”). Es una unidad escalar. No tiene dirección ni sentido.

$$\text{rapidez} = \frac{\text{distancia recorrida}}{\text{intervalo de tiempo}}; \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right] : \left[\frac{\text{km}}{\text{h}} \right] \rightarrow \text{magnitud escalar}$$

Velocidad. En el lenguaje cotidiano podemos utilizar las palabras *rapidez* y *velocidad* indistintamente. En física hacemos una distinción entre ellas. La diferencia es que la *velocidad* es una rapidez en una dirección dada. Cuando decimos que un auto se desplaza a 60 km/h indicamos su rapidez. Pero si decimos que un auto se desplaza a 60 km/h hacia el norte, estamos especificando su velocidad.

La *velocidad* será *constante* cuando la rapidez y la dirección lo sean. La velocidad constante de una partícula significa que el movimiento conserva la misma rapidez y ocurre en una línea recta; su trayectoria es una línea rectilínea.

Si la rapidez o la dirección (o ambas) cambian, la velocidad cambia, es decir, la *velocidad* es *variable*.

$$\text{velocidad} = \frac{\text{distancia recorrida}}{\text{intervalo de tiempo}}; \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right] : \left[\frac{\text{km}}{\text{h}} \right] \rightarrow \text{magnitud vectorial}$$

La velocidad es una magnitud vectorial y se la simboliza: **v**

Aceleración. Podemos cambiar el estado de movimiento de un objeto haciendo cambiar su rapidez, su dirección o ambas cosas. Cualquiera de estos cambios, como ya dijimos, constituyen un cambio de velocidad. El concepto de *aceleración* siempre se relaciona con un *cambio de velocidad*. Siempre que cambiamos nuestro estado de movimiento estamos acelerando. En física, este término se aplica tanto a los aumentos como a las disminuciones de velocidad. Experimentamos una aceleración, por ejemplo, cuando el conductor de un auto oprime el “acelerador”, y sus pasajeros tienden a inclinarse hacia la parte trasera del auto. A su vez, los frenos pueden producir grandes aceleraciones retardadoras, que se conoce como *desaceleración* o *aceleración negativa*. (los pasajeros del auto tienden a inclinarse hacia adelante).

La aceleración es constante cuando las variaciones de la velocidad (módulo) respecto del tiempo empleado son proporcionales.

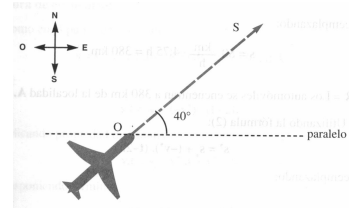
$$\text{aceleración} = \frac{\text{cambio de velocidad}}{\text{intervalo de tiempo}}; \left[\frac{\text{m/s}}{\text{s}} = \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right] : \left[\frac{\text{km/h}}{\text{h}} = \frac{\text{km}}{\text{h}^2} \right] \rightarrow \text{magnitud vectorial}$$

Antes de estudiar las características de los distintos movimientos que pueden presentar los cuerpos, vamos a repasar algunos conceptos referidos a las magnitudes vectoriales y escalares.

Cuando mencionamos una cantidad, la cual queda completamente definida al proporcionar su magnitud, recibe el nombre de *cantidad o magnitud escalar*. Por ejemplo, el área de un terreno, la temperatura de un objeto, el volumen de un cuerpo, etc.

No ocurre lo mismo con las *magnitudes vectoriales*, las cuales sólo quedan completamente definidas cuando se conoce su magnitud, dirección, sentido y punto de aplicación u origen. Es el caso de la velocidad que adquiere un automóvil al desplazarse en una ruta, el peso de un cuerpo, la aceleración, la fuerza ejercida por una persona al tirar con una cuerda un objeto, etc.

Están representadas por un vector



En resumen, para especificar completamente un desplazamiento cualquiera es necesario especificar los siguientes datos:

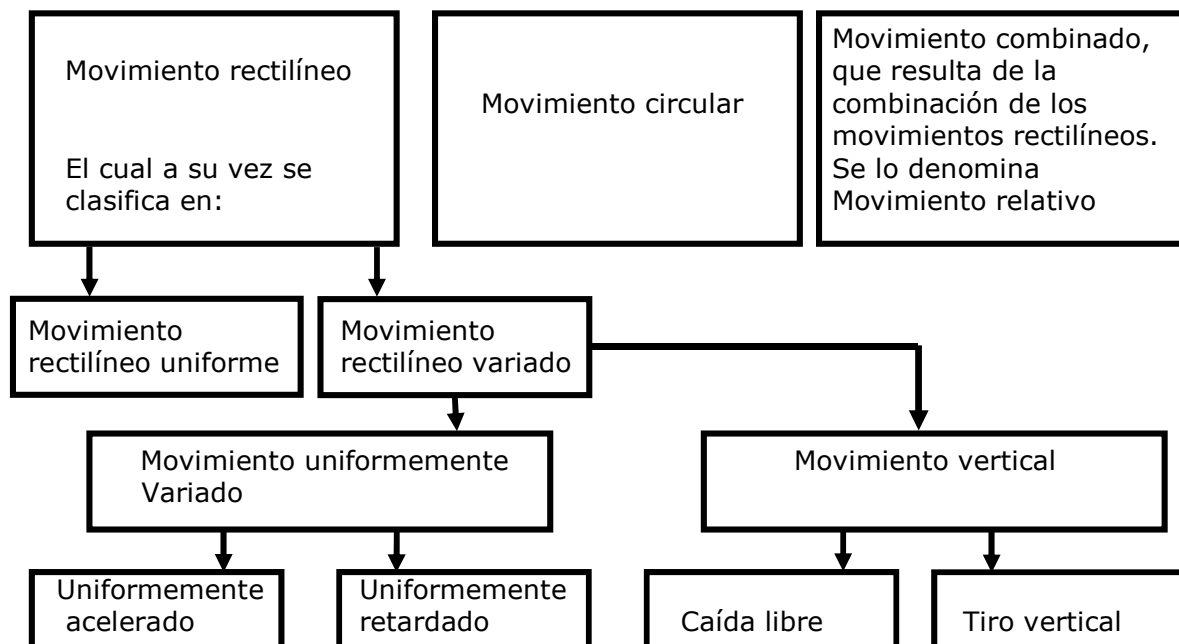
su *magnitud*, que indica el valor del desplazamiento,

su *dirección*, o recta a lo largo de la cual se produjo el movimiento. En matemáticas la dirección se determina por medio de uno o varios ángulos directores y un sistema de ejes coordenadas.

su *sentido*, indicado por la punta de la flecha.

LOS DISTINTOS TIPOS DE MOVIMIENTOS

Este tipo de movimiento que realizan los cuerpos al desplazarse en línea recta, se suele clasificar en:



Movimiento Rectilíneo Uniforme (MRU)

Cuando un cuerpo se desplaza con velocidad constante a lo largo de una trayectoria rectilínea, decimos que su movimiento es *rectilíneo uniforme*. La palabra uniforme indica que la magnitud de la velocidad (rapidez) permanece constante en el tiempo.

Como ejemplo supongamos que un automóvil se desplaza en una ruta recta y que su velocímetro siempre indica una velocidad de 60 km/h. Esto significa que:

- en 1.0 h el auto recorrió 60 km
- en 2.0 h el auto recorrió 120 km
- en 3.0 h el auto recorrió 180 km, etc.

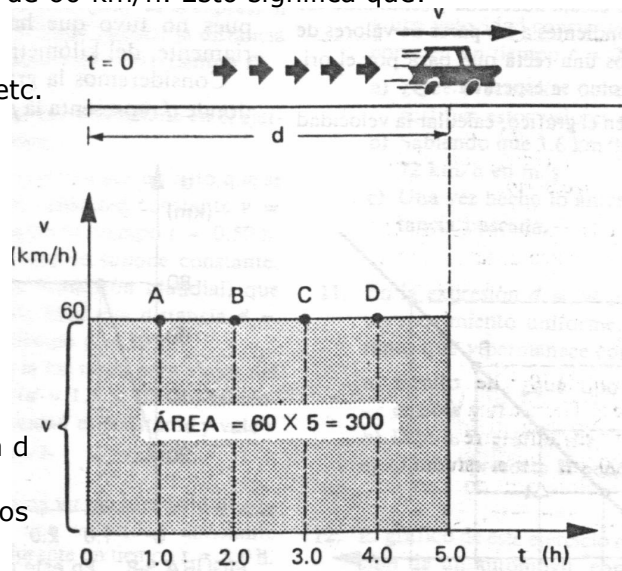
Observamos que la distancia cubierta se obtiene multiplicando la velocidad por el tiempo transcurrido en el movimiento, por lo tanto, si se representa en un eje de coordenadas cartesianas

d , la distancia recorrida

v , la velocidad (constante)

t , el tiempo en que se recorre la distancia d

se obtiene el siguiente gráfico; y podemos escribir:



$$d = v \cdot t$$

Esta ecuación se aplica igualmente en el caso de que la trayectoria no sea rectilínea, pero no olvidemos que sólo es válida cuando el valor de la velocidad permanece constante.

Podemos concluir que:

En un movimiento con velocidad constante, la distancia recorrida d , es directamente proporcional al tiempo t . La gráfica d - t será una recta, la cual pasa por el origen y cuya pendiente es igual que el valor de la velocidad v .



Movimiento Rectilíneo Variado

En la realidad los móviles experimentan variaciones en la velocidad durante sus desplazamientos. Por ejemplo, un automóvil puede marchar a 100km/h en un tramo, luego tiene que disminuir a 60km/h por inconvenientes en el tránsito, después acelera nuevamente y así, se producen constantes cambios en la rapidez de sus desplazamientos (módulo del vector velocidad). El *movimiento variado* es aquel cuya velocidad experimenta modificaciones, es decir, que no es constante.

Imaginemos un cuerpo en movimiento variado, con una velocidad v_0 en el instante en que vamos a empezar a contar el tiempo, es decir en el tiempo $t=0$.

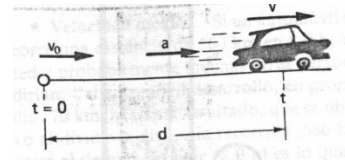
La velocidad v_0 se denomina *velocidad inicial*.

La *aceleración* es constante ya que la variación de su velocidad en cada intervalo de 1 s, es numéricamente igual al valor de a .

Para el ejemplo, la velocidad v del cuerpo variará de la siguiente manera:

en $t = 0$ la velocidad es v_0
 en $t = 1 \text{ s}$ la velocidad es $v_0 + a.1$
 en $t = 2 \text{ s}$ la velocidad es $v_0 + a.2$
 en $t = 3 \text{ s}$ la velocidad es $v_0 + a.3$

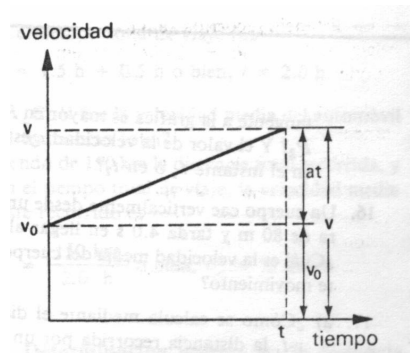
y después de t segundos, la velocidad será $v_0 + a.t$



Por lo tanto, la velocidad v después de transcurrido un tiempo t cualquiera, está dada por:

$$v = v_0 + a.t$$

La distancia d recorrida por el cuerpo, desde el momento inicial (t_0) hasta el momento t , se podrá obtener mediante el área bajo la gráfica $v-t$. La ecuación $v = v_0 + a.t$ indica que la velocidad varía linealmente en el tiempo (v y t son variables, y para un movimiento dado, v y a son constantes).



Como vemos en la figura, el área bajo la gráfica es la suma de las áreas de:

un rectángulo de lados v_0 y t ; área = $v_0.t$

un triángulo de base t y altura $a.t$;

Por lo tanto, la distancia d recorrida por el cuerpo, que es numéricamente igual al área

$$\text{área} = \frac{t(a.t)}{2} = \frac{1}{2}at^2$$

$$d = v_0.t + \frac{1}{2}a.t^2$$

total bajo la gráfica, estará dada por:

Puede suceder que necesitemos conocer la velocidad del cuerpo luego que ha transcurrido cierta distancia, sin que conozca el tiempo t del movimiento. Ello puede obtenerse fácilmente si de la primera ecuación despejamos el valor de t y lo reemplazamos en la segunda.

$$v = v_0 + a.t \Rightarrow t = \frac{v - v_0}{a}$$

Lo estudiado en ésta sección corresponde al *movimiento uniformemente acelerado*.

$$d = v_0.t + \frac{1}{2}a.t^2 \Rightarrow d = v_0 \cdot \frac{(v - v_0)}{a} + \frac{1}{2}a \left(\frac{v - v_0}{a} \right)^2$$

$$v^2 = v_0^2 + 2ad$$

Puede suceder que la velocidad en el instante $t=0$ (la velocidad inicial), sea nula ($v_0=0$).

Cuando esto sucede, decimos que el cuerpo partió del reposo. En este caso las ecuaciones del movimiento se vuelven naturalmente más sencillas.

$$v = a \cdot t$$

$$d = \frac{1}{2} a \cdot t^2$$

$$v^2 = 2ad$$

El movimiento variado puede ser acelerado o retardado. Las ecuaciones vistas son válidas para ambos movimientos, teniendo siempre presente que en el *movimiento uniformemente retardado* la aceleración es negativa.

Las ecuaciones quedan:

El movimiento de **caída libre** presenta características similares

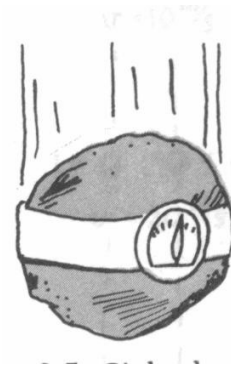
$$d = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} a \cdot t^2$$

$$v = v_0 - a \cdot t$$

$$v^2 = v_0^2 - 2ad$$

que los ya analizados (es un movimiento variado), pero cuenta con ciertas particularidades. Hablaremos ahora de este movimiento.

Si se suelta una piedra, ésta caerá. ¿Se acelera durante la caída? Sabemos que parte del reposo y adquiere velocidad al caer. Esto lo sabemos porque podríamos atraparla sin hacernos daño después de una caída de un metro o dos, pero no si cae desde lo alto de un edificio. Es decir que la piedra adquiere mayor velocidad en el segundo caso que en el primero.



Este aumento o cambio de la velocidad indica que la piedra sí se acelera al caer.

La atracción gravitatoria hace que la piedra caiga en cuanto la hemos soltado. En la vida real, la resistencia del aire afecta la aceleración de un objeto que cae.

Si imaginamos que no existe la resistencia del aire decimos que el cuerpo cae en **caída libre**; y están sujetos únicamente a la acción de la gravedad, representada con la letra $g = 9,8 \text{ m/s}^2$. El tiempo que ha pasado desde el inicio de la caída suele llamarse *tiempo transcurrido*.



Como el movimiento de caída libre es un movimiento uniformemente acelerado, podemos aplicarle las ecuaciones estudiadas; así, suponiendo que un cuerpo es lanzado hacia abajo con una *velocidad inicial* v_0 , después de caer durante cierto tiempo t y haber recorrido una distancia h , son válidas las siguientes ecuaciones:

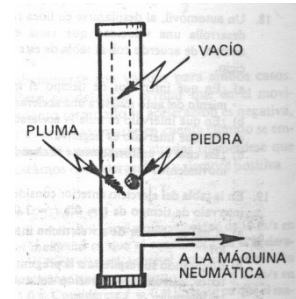
$$v = v_0 + g \cdot t$$

$$v^2 = v_0^2 + 2gh$$

$$h = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} g \cdot t^2$$

¹ Recordemos que el término s^2 es sólo una expresión matemática.

Si dejamos caer una piedra y una pluma al mismo tiempo, todos hemos visto que la piedra cae más de prisa (como afirmaba Aristóteles). Pero es posible demostrar que ello ocurre porque el aire produce un efecto retardante en la caída de cualquier objeto, y que dicho efecto ejerce una mayor influencia sobre el movimiento de la pluma que sobre el de la piedra. Si dejamos caer la piedra y la pluma dentro de un tubo del cual se extrajo el aire (se hizo el vacío) comprobamos que ambos objetos caen en forma simultánea (como afirmó Galileo).

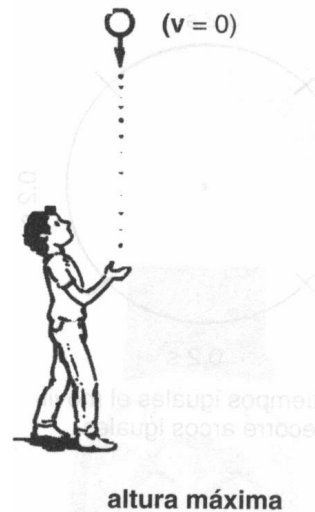


También se puede afirmar que la resistencia del aire retarda notablemente la caída de ciertos cuerpos, como el de una pluma, siendo despreciable en el caso de otros más pesado, como una piedra, un pedazo de madera, etc.

Hasta aquí hemos considerado objetos que se desplazan directamente hacia abajo por efecto de la gravedad. Ahora bien, cuando lanzamos un objeto hacia arriba, se sigue moviendo durante cierto tiempo, al cabo del cual vuelve a bajar. En el punto más elevado, cuando el cuerpo cambia la dirección en su movimiento, la velocidad en ese instante vale cero. Entonces comienza a caer.

Durante el movimiento hacia arriba la velocidad del objeto cambia desde el valor inicial hasta cero. Sabemos que se está acelerando porque la velocidad cambia.

La aceleración en el movimiento hacia arriba es la misma que durante el movimiento hacia abajo: *aceleración de la gravedad* $g = 9,8 \text{ m/s}^2$.



Éste tipo de movimiento, que adquiere un cuerpo en el vacío cuando es arrojado hacia arriba verticalmente, se denomina **tiro vertical**.

Es un movimiento uniformemente variado, donde la velocidad final va disminuyendo hasta anularse, y es en éste punto donde el cuerpo alcanza la altura máxima.

Se aplican las mismas ecuaciones vistas anteriormente, considerando que la aceleración de la gravedad actúa en forma negativa:

$$v = v_0 - g \cdot t$$

$$h = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2$$

$$v^2 = v_0^2 - 2gh$$

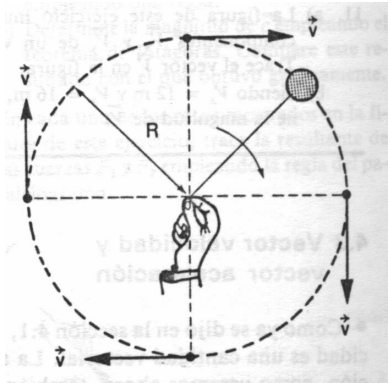
A modo de repaso, podemos concluir diciendo:

Un movimiento es acelerado cuando el valor numérico de la velocidad aumenta con el transcurso del tiempo, y es retardado cuando el valor numérico de la velocidad disminuye en el transcurso del tiempo. En el primer caso la aceleración es positiva, mientras que en el segundo es negativa, y siempre ésta es constante.

El movimiento de caída libre es un movimiento acelerado, mientras que el de tiro vertical es un movimiento retardado. Para ambos casos actúa la aceleración de la gravedad $g = 9,8 \text{ m/s}^2$.

MOVIMIENTO CIRCULAR

Decimos que un cuerpo se encuentra en **movimiento circular** cuando su trayectoria es una circunferencia, por ejemplo la trayectoria descrita por una piedra que se hace girar atada al extremo de una cuerda. A su vez, si el valor de la velocidad permanece constante, el movimiento circular recibe el nombre de **movimiento circular uniforme**.



Entonces, la característica fundamental en este movimiento es que el vector velocidad tiene magnitud constante, pero su dirección varía en forma continua.

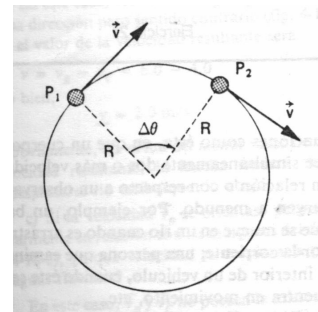
El tiempo que tarda el cuerpo en dar una vuelta completa se denomina *periodo* del movimiento, y se representa con la letra T . El espacio recorrido por la partícula durante un periodo, es la longitud de la circunferencia, que como se sabe, tiene por valor $2\pi R$ (siendo R el radio de la trayectoria). Por lo tanto, como el movimiento es uniforme, y según lo visto ya en el movimiento rectilíneo uniforme, el valor de la velocidad estará dado por:

$$v = \frac{\text{distancia recorrida}}{\text{tiempo de recorrido}} \rightarrow \frac{2\pi R}{T}$$

Consideremos un cuerpo en movimiento circular uniforme, que pasa por la posición P_1 (ver figura). Después de un intervalo de tiempo Δt , la partícula estará pasando por la posición P_2 . En dicho intervalo Δt , el radio que sigue al cuerpo en su movimiento describe un ángulo $\Delta\theta$.

La relación entre el ángulo descrito por el cuerpo y el intervalo de tiempo necesario para describirlo, se denomina **velocidad angular**, representado por w y se puede expresar matemáticamente:

$$w = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$



La velocidad v definida anteriormente, suele recibir el nombre de **velocidad lineal**, para distinguirla de la velocidad angular que acabamos de definir. Las definiciones de v y w son semejantes: la velocidad lineal se refiere a la distancia recorrida en la unidad de tiempo, mientras que la velocidad angular se refiere al ángulo descrito en dicha unidad de tiempo.

La velocidad angular proporciona información acerca de la rapidez con la cual gira un cuerpo. Es decir, cuanto mayor sea la velocidad angular de un cuerpo, tanto mayor será el ángulo que describe por unidad de tiempo, es decir, estará girando con más rapidez. Otra forma de evaluar la velocidad angular consiste en considerar que el cuerpo realiza una vuelta completa o *revolución*. En este caso, el ángulo descrito será de 2π rad, y el intervalo de tiempo será de un periodo. O sea:

$$w = \frac{2\pi}{T}$$

Recordemos que el ángulo se puede medir en grados o en radianes. Por lo tanto la velocidad angular se podrá medir en grados por segundos ($^{\circ}/s$) o en radianes por segundo (rad/s).

El radian puede definirse como el ángulo cuya longitud de arco es igual a la longitud del radio.

$$360^{\circ} = 2\pi rad = 6,28 rad$$

$$180^{\circ} = \pi rad$$

$$1 rad = 57^{\circ}17' \text{ aproximadamente}$$

Hemos dicho que la velocidad lineal o tangencial se expresa por:

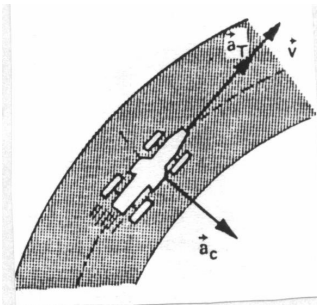
$$v = \frac{2\pi R}{T} = \left(\frac{2\pi}{T}\right)R$$

Como $2\pi/T$ es la velocidad angular concluimos que:

$v = w.R$ expresión válida sólo si los ángulos están medidos en radianes.

Aceleración tangencial y aceleración centrípeta.

Supongamos que un automóvil entra en una curva con una velocidad cuya magnitud va en aumento. Podemos decir que el auto posee dos aceleraciones: una **aceleración centrípeta** a_c (pues cambia la dirección del vector velocidad); y además una aceleración llamada **aceleración tangencial** a_t , que caracteriza la variación de la magnitud de la velocidad.



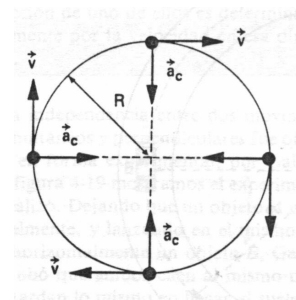
La aceleración tangencial es una magnitud con la misma dirección que el vector velocidad (tangente a la trayectoria) y cuya magnitud ya sabemos se calcula en función de la variación de la velocidad respecto del tiempo.

Podemos resumir diciendo:

Siempre que varíe la dirección del vector velocidad de un cuerpo, éste poseerá una aceleración centrípeta.

Asimismo, siempre que varíe la magnitud del vector velocidad de un cuerpo, el mismo poseerá una aceleración tangencial.

En el movimiento circular uniforme, la magnitud de la velocidad de un cuerpo permanece constante, y por lo tanto, no posee aceleración tangencial. Pero como la dirección del vector varía continuamente, el cuerpo sí posee aceleración centrípeta a_c . El vector de la a_c tiene la dirección del radio y siempre apunta hacia el centro de la circunferencia. Observemos las distintas posiciones de estas partículas en el gráfico. El vector aceleración tiene la dirección del radio, y siempre apunta hacia el centro de la circunferencia.



Podemos decir que el valor de la **aceleración centrípeta** en el movimiento circular está dado por:

$$a_c = \frac{v^2}{R}$$

Analicemos la fórmula: si un automóvil toma una curva cerrada (con R pequeño), a gran velocidad, tendrá una aceleración centrípeta enorme, ya que la magnitud aceleración es

proporcional al cuadrado de la velocidad e inversamente proporcional al radio de la circunferencia.

Para concluir podemos resumir:

El movimiento circular uniforme es aquel donde el cuerpo describe ángulo iguales en tiempos iguales, presentando tanto la velocidad angular como la lineal o tangencial una intensidad constante. Debido al continuo cambio de dirección del vector velocidad la aceleración centrípeta no es nula.

BIBLIOGRAFIA

El presente apunte fue realizado recopilando información de los siguientes libros, no siendo de autoría propia de la cátedra más que la selección de conceptos para presentar a los alumnos.

SEARS F.W. (1981) Física. Madrid. España. Addison Wesley.

SEARS F.W. y ZEMANSKY M.W. (1986). Física Universitaria. México. Fondo Educativo Interamericano

MAUTINO, J. M. (1995) Física 4 - Aula Taller. Buenos Aires. Argentina. Stella

FINN, A. (1992) Física. Buenos Aires. Argentina. Addison Wesley Iberoamericana. Traductor Magdalena Manganiello de Macías.

HEINEMANN, A. G. (1988) Física. Buenos Aires. Argentina. Estrada.

HEWITT, P. (1998) Física Conceptual. México. Addison Wesley Longman. Traductor Sergio de Régules Ruiz-Funes.